

# Localizzazione di Teorie Non Locali

Michele Montobbio

Dipartimento di Fisica  
Università degli Studi di Trento

Convegno Informale di Fisica Teorica - Sestri Levante  
4 Giugno 2008

- 1 Teorie di Campo Non Locali
- 2 Localizzazione
- 3 Applicazioni Cosmologiche
  - Soluzioni Non Locali: Costruzione per Serie
  - Soluzioni Non Locali: Metodo Integrale
- 4 Conclusioni e Problemi Aperti

- 1 Teorie di Campo Non Locali
- 2 Localizzazione
- 3 Applicazioni Cosmologiche
  - Soluzioni Non Locali: Costruzione per Serie
  - Soluzioni Non Locali: Metodo Integrale
- 4 Conclusioni e Problemi Aperti

- 1 Teorie di Campo Non Locali
- 2 Localizzazione
- 3 Applicazioni Cosmologiche
  - Soluzioni Non Locali: Costruzione per Serie
  - Soluzioni Non Locali: Metodo Integrale
- 4 Conclusioni e Problemi Aperti

- 1 Teorie di Campo Non Locali
- 2 Localizzazione
- 3 Applicazioni Cosmologiche
  - Soluzioni Non Locali: Costruzione per Serie
  - Soluzioni Non Locali: Metodo Integrale
- 4 Conclusioni e Problemi Aperti

# Sommario

- 1 Teorie di Campo Non Locali
- 2 Localizzazione
- 3 Applicazioni Cosmologiche
  - Soluzioni Non Locali: Costruzione per Serie
  - Soluzioni Non Locali: Metodo Integrale
- 4 Conclusioni e Problemi Aperti

# Prototipo: Cubic String Field Theory (CSFT)

L'azione tachionica dedotta dalla teoria di campo di stringa bosonica è:

$$S_\phi = \frac{1}{g_0^2} \int d^{26}x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} \phi(x)(\square + 1)\phi(x) - \frac{\lambda}{3} \left( \lambda^{\square/3} \phi(x) \right)^3 \right) \quad (1)$$

La teoria è non locale a causa dell'operatore:

$$\lambda^{\square/3} = e^{\frac{1}{3} \ln \lambda \square} = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{\ln \lambda}{3} \right)^n \frac{\square^n}{n!} \quad (2)$$

in cui  $\lambda = 3^{9/2}/2^6 \approx 2.19$  è un numero fissato dalla teoria.

La teoria dipende dal campo  $\phi(x)$  e dalle sue **derivate di ogni ordine**.

# Prototipo: Cubic String Field Theory (CSFT)

L'azione tachionica dedotta dalla teoria di campo di stringa bosonica è:

$$S_\phi = \frac{1}{g_0^2} \int d^{26}x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} \phi(x)(\square + 1)\phi(x) - \frac{\lambda}{3} \left( \lambda^{\square/3} \phi(x) \right)^3 \right) \quad (1)$$

La teoria è non locale a causa dell'operatore:

$$\lambda^{\square/3} = e^{\frac{1}{3} \ln \lambda \square} = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{\ln \lambda}{3} \right)^n \frac{\square^n}{n!} \quad (2)$$

in cui  $\lambda = 3^{9/2}/2^6 \approx 2.19$  è un numero fissato dalla teoria.

La teoria dipende dal campo  $\phi(x)$  e dalle sue **derivate di ogni ordine**.

# Prototipo: Cubic String Field Theory (CSFT)

L'azione tachionica dedotta dalla teoria di campo di stringa bosonica è:

$$S_\phi = \frac{1}{g_0^2} \int d^{26}x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} \phi(x)(\square + 1)\phi(x) - \frac{\lambda}{3} \left( \lambda^{\square/3} \phi(x) \right)^3 \right) \quad (1)$$

La teoria è non locale a causa dell'operatore:

$$\lambda^{\square/3} = e^{\frac{1}{3} \ln \lambda \square} = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{\ln \lambda}{3} \right)^n \frac{\square^n}{n!} \quad (2)$$

in cui  $\lambda = 3^{9/2}/2^6 \approx 2.19$  è un numero fissato dalla teoria.

La teoria dipende dal campo  $\phi(x)$  e dalle sue **derivate di ogni ordine**.

# Prototipo: Cubic String Field Theory (CSFT)

L'azione tachionica dedotta dalla teoria di campo di stringa bosonica è:

$$S_\phi = \frac{1}{g_0^2} \int d^{26}x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} \phi(x)(\square + 1)\phi(x) - \frac{\lambda}{3} \left( \lambda^{\square/3} \phi(x) \right)^3 \right) \quad (1)$$

La teoria è non locale a causa dell'operatore:

$$\lambda^{\square/3} = e^{\frac{1}{3} \ln \lambda \square} = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{\ln \lambda}{3} \right)^n \frac{\square^n}{n!} \quad (2)$$

in cui  $\lambda = 3^{9/2}/2^6 \approx 2.19$  è un numero fissato dalla teoria.

La teoria dipende dal campo  $\phi(x)$  e dalle sue **derivate di ogni ordine**.

# Generalizzazione del Potenziale

Si considera un'azione del tipo:

$$S_\phi = \int d^D x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} \phi(x) (\square - m^2) \phi(x) - U(\tilde{\phi}) \right) \quad (3)$$

L'interazione non locale è espressa in funzione di

$$\tilde{\phi}(x) = e^{r_* \square} \phi(x) \quad r_*^{(csft)} = \frac{1}{3} \ln \lambda \approx 0.26 \quad (4)$$

La metrica è del tutto generale, per cui

$$\square = \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial^\mu (g_{\mu\nu} \sqrt{-g} \partial^\nu) \quad (5)$$

L'equazione del moto che se ne deduce è

$$(\square - m^2) \phi(x) = e^{r_* \square} U'(\tilde{\phi}) \quad (6)$$

# Generalizzazione del Potenziale

Si considera un'azione del tipo:

$$S_\phi = \int d^D x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} \phi(x) (\square - m^2) \phi(x) - U(\tilde{\phi}) \right) \quad (3)$$

L'interazione non locale è espressa in funzione di

$$\tilde{\phi}(x) = e^{r_* \square} \phi(x) \quad r_*^{(csft)} = \frac{1}{3} \ln \lambda \approx 0.26 \quad (4)$$

La metrica è del tutto generale, per cui

$$\square = \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial^\mu (g_{\mu\nu} \sqrt{-g} \partial^\nu) \quad (5)$$

L'equazione del moto che se ne deduce è

$$(\square - m^2) \phi(x) = e^{r_* \square} U'(\tilde{\phi}) \quad (6)$$

# Generalizzazione del Potenziale

Si considera un'azione del tipo:

$$S_\phi = \int d^D x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} \phi(x) (\square - m^2) \phi(x) - U(\tilde{\phi}) \right) \quad (3)$$

L'interazione non locale è espressa in funzione di

$$\tilde{\phi}(x) = e^{r_* \square} \phi(x) \quad r_*^{(csft)} = \frac{1}{3} \ln \lambda \approx 0.26 \quad (4)$$

La metrica è del tutto generale, per cui

$$\square = \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial^\mu (g_{\mu\nu} \sqrt{-g} \partial^\nu) \quad (5)$$

L'equazione del moto che se ne deduce è

$$(\square - m^2) \phi(x) = e^{r_* \square} U'(\tilde{\phi}) \quad (6)$$

# Generalizzazione del Potenziale

Si considera un'azione del tipo:

$$S_\phi = \int d^D x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} \phi(x) (\square - m^2) \phi(x) - U(\tilde{\phi}) \right) \quad (3)$$

L'interazione non locale è espressa in funzione di

$$\tilde{\phi}(x) = e^{r_* \square} \phi(x) \quad r_*^{(csft)} = \frac{1}{3} \ln \lambda \approx 0.26 \quad (4)$$

La metrica è del tutto generale, per cui

$$\square = \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial^\mu (g_{\mu\nu} \sqrt{-g} \partial^\nu) \quad (5)$$

L'equazione del moto che se ne deduce è

$$(\square - m^2) \phi(x) = e^{r_* \square} U'(\tilde{\phi}) \quad (6)$$

# Generalizzazione del Potenziale

Si considera un'azione del tipo:

$$S_\phi = \int d^D x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} \phi(x) (\square - m^2) \phi(x) - U(\tilde{\phi}) \right) \quad (3)$$

L'interazione non locale è espressa in funzione di

$$\tilde{\phi}(x) = e^{r_* \square} \phi(x) \quad r_*^{(csft)} = \frac{1}{3} \ln \lambda \approx 0.26 \quad (4)$$

La metrica è del tutto generale, per cui

$$\square = \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial^\mu (g_{\mu\nu} \sqrt{-g} \partial^\nu) \quad (5)$$

L'equazione del moto che se ne deduce è

$$(\square - m^2) \phi(x) = e^{r_* \square} U'(\tilde{\phi}) \quad (6)$$

# Sommario

- 1 Teorie di Campo Non Locali
- 2 Localizzazione**
- 3 Applicazioni Cosmologiche
  - Soluzioni Non Locali: Costruzione per Serie
  - Soluzioni Non Locali: Metodo Integrale
- 4 Conclusioni e Problemi Aperti

# Dimensione Aggiuntiva

Interpretiamo  $r_*$  come valore particolare di una variabile ausiliaria  $r$ .

Consideriamo un nuovo campo scalare  $\Phi(r, x)$  in  $D + 1$  dimensioni

$$\Phi(r_*, x) \equiv \tilde{\phi}(x) = e^{r_* \square} \phi(x) \quad (7)$$

Richiediamo che l'evoluzione in  $r$  sia del tipo:

$$\square \Phi(r, x) = \alpha \partial_r \Phi(r, x) + \beta \Phi(r, x) \quad (8)$$

# Dimensione Aggiuntiva

Interpretiamo  $r_*$  come valore particolare di una variabile ausiliaria  $r$ .

Consideriamo un nuovo campo scalare  $\Phi(r, x)$  in  $D + 1$  dimensioni

$$\Phi(r_*, x) \equiv \tilde{\phi}(x) = e^{r_* \square} \phi(x) \quad (7)$$

Richiediamo che l'evoluzione in  $r$  sia del tipo:

$$\square \Phi(r, x) = \alpha \partial_r \Phi(r, x) + \beta \Phi(r, x) \quad (8)$$

# Dimensione Aggiuntiva

Interpretiamo  $r_*$  come valore particolare di una variabile ausiliaria  $r$ .

Consideriamo un nuovo campo scalare  $\Phi(r, x)$  in  $D + 1$  dimensioni

$$\Phi(r_*, x) \equiv \tilde{\phi}(x) = e^{r_* \square} \phi(x) \quad (7)$$

Richiediamo che l'evoluzione in  $r$  sia del tipo:

$$\square \Phi(r, x) = \alpha \partial_r \Phi(r, x) + \beta \Phi(r, x) \quad (8)$$

# Dimensione Aggiuntiva

Interpretiamo  $r_*$  come valore particolare di una variabile ausiliaria  $r$ .

Consideriamo un nuovo campo scalare  $\Phi(r, x)$  in  $D + 1$  dimensioni

$$\Phi(r_*, x) \equiv \tilde{\phi}(x) = e^{r_* \square} \phi(x) \quad (7)$$

Richiediamo che l'evoluzione in  $r$  sia del tipo:

$$\square \Phi(r, x) = \alpha \partial_r \Phi(r, x) + \beta \Phi(r, x) \quad (8)$$

# Dimensione Aggiuntiva

Interpretiamo  $r_*$  come valore particolare di una variabile ausiliaria  $r$ .

Consideriamo un nuovo campo scalare  $\Phi(r, x)$  in  $D + 1$  dimensioni

$$\Phi(r_*, x) \equiv \tilde{\phi}(x) = e^{r_* \square} \phi(x) \quad (7)$$

Richiediamo che l'evoluzione in  $r$  sia del tipo:

$$\square \Phi(r, x) = \alpha \partial_r \Phi(r, x) + \beta \Phi(r, x) \quad (8)$$

# Sistema Localizzato

Il sistema  $D + 1$  dimensionale è localizzato.

Operatori non locali agiscono come traslazioni nella variabile ausiliaria  $r$ :

$$e^{\gamma r \square} \Phi(r, x) = e^{\gamma r \alpha \partial_r} \Phi(r, x) = \Phi(r(1 + \gamma \alpha), x) \quad (9)$$

Partire da soluzioni locali ( $r = 0$ ) e farle evolvere in modo che

$$\Phi(r, x) = e^{\frac{r}{\alpha} \square} \Phi(0, x) \quad (10)$$

# Sistema Localizzato

Il sistema  $D + 1$  dimensionale è localizzato.

Operatori non locali agiscono come traslazioni nella variabile ausiliaria  $r$ :

$$e^{\gamma r} \square \Phi(r, x) = e^{\gamma r \alpha \partial_r} \Phi(r, x) = \Phi(r(1 + \gamma \alpha), x) \quad (9)$$

Partire da soluzioni locali ( $r = 0$ ) e farle evolvere in modo che

$$\Phi(r, x) = e^{\frac{r}{\alpha}} \square \Phi(0, x) \quad (10)$$

# Sistema Localizzato

Il sistema  $D + 1$  dimensionale è localizzato.

Operatori non locali agiscono come traslazioni nella variabile ausiliaria  $r$ :

$$e^{\gamma r} \square \Phi(r, x) = e^{\gamma r \alpha \partial_r} \Phi(r, x) = \Phi(r(1 + \gamma \alpha), x) \quad (9)$$

Partire da soluzioni locali ( $r = 0$ ) e farle evolvere in modo che

$$\Phi(r, x) = e^{\frac{r}{\alpha}} \square \Phi(0, x) \quad (10)$$

# Sommario

- 1 Teorie di Campo Non Locali
- 2 Localizzazione
- 3 Applicazioni Cosmologiche**
  - Soluzioni Non Locali: Costruzione per Serie
  - Soluzioni Non Locali: Metodo Integrale
- 4 Conclusioni e Problemi Aperti

# Universi Inflazionari

## Metrica FLRW (piatta)

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) [dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)] \quad (11)$$

Il fattore di scala di un **Universo Inflazionario** è tale che

$$\ddot{a}(t) > 0 \quad (12)$$

La dinamica di  $a(t)$  è espressa dall'**equazione di accelerazione**

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) \quad (13)$$

La condizione per l'Inflazione diviene così

$$\left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) < 0 \Leftrightarrow p < -\frac{1}{3}\rho c^2 \quad (14)$$

# Universi Inflazionari

Metrica FLRW (piatta)

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) [dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)] \quad (11)$$

Il fattore di scala di un **Universo Inflazionario** è tale che

$$\ddot{a}(t) > 0 \quad (12)$$

La dinamica di  $a(t)$  è espressa dall'**equazione di accelerazione**

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) \quad (13)$$

La condizione per l'Inflazione diviene così

$$\left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) < 0 \Leftrightarrow p < -\frac{1}{3}\rho c^2 \quad (14)$$

# Universi Inflazionari

Metrica FLRW (piatta)

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) [dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)] \quad (11)$$

Il fattore di scala di un **Universo Inflazionario** è tale che

$$\ddot{a}(t) > 0 \quad (12)$$

La dinamica di  $a(t)$  è espressa dall'**equazione di accelerazione**

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) \quad (13)$$

La condizione per l'Inflazione diviene così

$$\left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) < 0 \Leftrightarrow p < -\frac{1}{3}\rho c^2 \quad (14)$$

# Universi Inflazionari

Metrica FLRW (piatta)

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) [dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)] \quad (11)$$

Il fattore di scala di un **Universo Inflazionario** è tale che

$$\ddot{a}(t) > 0 \quad (12)$$

La dinamica di  $a(t)$  è espressa dall'**equazione di accelerazione**

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) \quad (13)$$

La condizione per l'Inflazione diviene così

$$\left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) < 0 \Leftrightarrow p < -\frac{1}{3}\rho c^2 \quad (14)$$

# Universi Inflazionari

Metrica FLRW (piatta)

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) [dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)] \quad (11)$$

Il fattore di scala di un **Universo Inflazionario** è tale che

$$\ddot{a}(t) > 0 \quad (12)$$

La dinamica di  $a(t)$  è espressa dall'**equazione di accelerazione**

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) \quad (13)$$

La condizione per l'Inflazione diviene così

$$\left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) < 0 \Leftrightarrow p < -\frac{1}{3}\rho c^2 \quad (14)$$

# Campi Scalari Cosmologici

Aggiungiamo la dinamica di una campo scalare omogeneo ed isotropo  $\phi(t)$

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (15)$$

da cui si ottiene:

$$\begin{aligned} \rho_\phi c^2 &= \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \\ p_\phi &= \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \end{aligned} \quad (16)$$

Se il termine di potenziale domina quello cinetico, si ha

$$p_\phi \simeq -\rho_\phi c^2 \quad (17)$$

# Campi Scalari Cosmologici

Aggiungiamo la dinamica di una campo scalare omogeneo ed isotropo  $\phi(t)$

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (15)$$

da cui si ottiene:

$$\begin{aligned} \rho_\phi c^2 &= \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \\ p_\phi &= \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \end{aligned} \quad (16)$$

Se il termine di potenziale domina quello cinetico, si ha

$$p_\phi \simeq -\rho_\phi c^2 \quad (17)$$

# Campi Scalari Cosmologici

Aggiungiamo la dinamica di una campo scalare omogeneo ed isotropo  $\phi(t)$

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (15)$$

da cui si ottiene:

$$\begin{aligned} \rho_\phi c^2 &= \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \\ p_\phi &= \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \end{aligned} \quad (16)$$

Se il termine di potenziale domina quello cinetico, si ha

$$p_\phi \simeq -\rho_\phi c^2 \quad (17)$$

# Equazioni Fondamentali

Equazione del moto per il campo scalare

$$(\square - m^2)\phi(t) = U'(\tilde{\phi}(t)) \quad (18)$$

in cui  $\tilde{\phi}(t) \equiv e^{r_*\square}\phi(t)$  è il campo non locale spazialmente omogeneo.

Equazione di Friedmann

$$\mathcal{F}(t) = H^{2-\theta} - \beta_\theta^2 \rho_\theta = 0, \quad H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (19)$$

$$\theta = 0 \Leftrightarrow 4D \quad \theta = 1 \Leftrightarrow RS \quad \theta = -1 \Leftrightarrow GB$$

## Equazioni Fondamentali

Equazione del moto per il campo scalare

$$(\square - m^2)\phi(t) = U'(\tilde{\phi}(t)) \quad (18)$$

in cui  $\tilde{\phi}(t) \equiv e^{r_*\square}\phi(t)$  è il campo non locale spazialmente omogeneo.

Equazione di Friedmann

$$\mathcal{F}(t) = H^{2-\theta} - \beta_\theta^2 \rho_\theta = 0, \quad H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (19)$$

$$\theta = 0 \Leftrightarrow 4D \quad \theta = 1 \Leftrightarrow RS \quad \theta = -1 \Leftrightarrow GB$$

## Equazioni Fondamentali

Equazione del moto per il campo scalare

$$(\square - m^2)\phi(t) = U'(\tilde{\phi}(t)) \quad (18)$$

in cui  $\tilde{\phi}(t) \equiv e^{r_*\square}\phi(t)$  è il campo non locale spazialmente omogeneo.

Equazione di Friedmann

$$\mathcal{F}(t) = H^{2-\theta} - \beta_\theta^2 \rho_\theta = 0, \quad H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (19)$$

$$\theta = 0 \Leftrightarrow 4D \quad \theta = 1 \Leftrightarrow RS \quad \theta = -1 \Leftrightarrow GB$$

# Sommario

- 1 Teorie di Campo Non Locali
- 2 Localizzazione
- 3 Applicazioni Cosmologiche
  - Soluzioni Non Locali: Costruzione per Serie
  - Soluzioni Non Locali: Metodo Integrale
- 4 Conclusioni e Problemi Aperti

# Modelli Locali Esatti e loro Estensione Diretta

Nel caso di soluzioni non locali ottenute per serie

$$\tilde{\phi}(t) = e^{r\Box} \phi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \Box^n \phi(t) \quad (20)$$

Le soluzioni locali esatte

$$\begin{aligned} \phi &\propto t^p, & \phi &\propto \ln t \\ H &\propto t^q \end{aligned} \quad (21)$$

non sono delle buone condizioni iniziali ( $r = 0$ ).

Infatti:

- ① la serie diverge
- ② la serie è troncata.

# Modelli Locali Esatti e loro Estensione Diretta

Nel caso di soluzioni non locali ottenute per serie

$$\tilde{\phi}(t) = e^{r\Box} \phi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \Box^n \phi(t) \quad (20)$$

Le soluzioni locali esatte

$$\begin{aligned} \phi &\propto t^p, & \phi &\propto \ln t \\ H &\propto t^q \end{aligned} \quad (21)$$

non sono delle buone condizioni iniziali ( $r = 0$ ).

Infatti:

- ① la serie diverge
- ② la serie è troncata.

# Modelli Locali Esatti e loro Estensione Diretta

Nel caso di soluzioni non locali ottenute per serie

$$\tilde{\phi}(t) = e^{r\Box} \phi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \Box^n \phi(t) \quad (20)$$

Le soluzioni locali esatte

$$\begin{aligned} \phi &\propto t^p, & \phi &\propto \ln t \\ H &\propto t^q \end{aligned} \quad (21)$$

non sono delle buone condizioni iniziali ( $r = 0$ ).

Infatti:

- ① la serie diverge
- ② la serie è troncata.

# Modelli Locali Esatti e loro Estensione Diretta

Nel caso di soluzioni non locali ottenute per serie

$$\tilde{\phi}(t) = e^{r\Box} \phi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \Box^n \phi(t) \quad (20)$$

Le soluzioni locali esatte

$$\begin{aligned} \phi &\propto t^p, & \phi &\propto \ln t \\ H &\propto t^q \end{aligned} \quad (21)$$

non sono delle buone condizioni iniziali ( $r = 0$ ).

Infatti:

- ① la serie diverge
- ② la serie è troncata.

# Modelli Locali Esatti e loro Estensione Diretta

Nel caso di soluzioni non locali ottenute per serie

$$\tilde{\phi}(t) = e^{r\Box} \phi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \Box^n \phi(t) \quad (20)$$

Le soluzioni locali esatte

$$\begin{aligned} \phi &\propto t^p, & \phi &\propto \ln t \\ H &\propto t^q \end{aligned} \quad (21)$$

non sono delle buone condizioni iniziali ( $r = 0$ ).

Infatti:

- ① la serie diverge
- ② la serie è troncata.

# Sommario

- 1 Teorie di Campo Non Locali
- 2 Localizzazione
- 3 Applicazioni Cosmologiche**
  - Soluzioni Non Locali: Costruzione per Serie
  - Soluzioni Non Locali: Metodo Integrale
- 4 Conclusioni e Problemi Aperti

# Rappresentazione Integrale

- Trovare le autofunzioni del d'Alembertiano: ( $\square = -\partial_t^2 - 3H\partial_t$ )

$$\ddot{G}_i + 3H\dot{G}_i + \mu^2 G_i = 0 \quad \mu \in \mathbb{C}, \quad i = 1, 2 \quad (22)$$

- Scrivere le nostre funzioni su tale base:

$$\Phi(0, t) = \int d\mu [C_1 G_1(\mu, t) f_1(\mu) + C_2 G_2(\mu, t) f_2(\mu)]$$

$$\Phi(r, t) = \int d\mu e^{r\mu^2/\alpha} [C_1 G_1(\mu, t) f_1(\mu) + C_2 G_2(\mu, t) f_2(\mu)]$$

- Fissare i parametri liberi in modo da verificare l'equazione del moto per  $r = r_*$ .

# Rappresentazione Integrale

- Trovare le autofunzioni del d'Alembertiano: ( $\square = -\partial_t^2 - 3H\partial_t$ )

$$\ddot{G}_i + 3H\dot{G}_i + \mu^2 G_i = 0 \quad \mu \in \mathbb{C}, \quad i = 1, 2 \quad (22)$$

- Scrivere le nostre funzioni su tale base:

$$\Phi(0, t) = \int d\mu [C_1 G_1(\mu, t) f_1(\mu) + C_2 G_2(\mu, t) f_2(\mu)]$$

$$\Phi(r, t) = \int d\mu e^{r\mu^2/\alpha} [C_1 G_1(\mu, t) f_1(\mu) + C_2 G_2(\mu, t) f_2(\mu)]$$

- Fissare i parametri liberi in modo da verificare l'equazione del moto per  $r = r_*$ .

# Rappresentazione Integrale

- Trovare le autofunzioni del d'Alembertiano: ( $\square = -\partial_t^2 - 3H\partial_t$ )

$$\ddot{G}_i + 3H\dot{G}_i + \mu^2 G_i = 0 \quad \mu \in \mathbb{C}, \quad i = 1, 2 \quad (22)$$

- Scrivere le nostre funzioni su tale base:

$$\Phi(0, t) = \int d\mu [C_1 G_1(\mu, t) f_1(\mu) + C_2 G_2(\mu, t) f_2(\mu)]$$

$$\Phi(r, t) = \int d\mu e^{r\mu^2/\alpha} [C_1 G_1(\mu, t) f_1(\mu) + C_2 G_2(\mu, t) f_2(\mu)]$$

- Fissare i parametri liberi in modo da verificare l'equazione del moto per  $r = r_*$ .

# Rappresentazione Integrale

- Trovare le autofunzioni del d'Alembertiano: ( $\square = -\partial_t^2 - 3H\partial_t$ )

$$\ddot{G}_i + 3H\dot{G}_i + \mu^2 G_i = 0 \quad \mu \in \mathbb{C}, \quad i = 1, 2 \quad (22)$$

- Scrivere le nostre funzioni su tale base:

$$\Phi(0, t) = \int d\mu [C_1 G_1(\mu, t) f_1(\mu) + C_2 G_2(\mu, t) f_2(\mu)]$$

$$\Phi(r, t) = \int d\mu e^{r\mu^2/\alpha} [C_1 G_1(\mu, t) f_1(\mu) + C_2 G_2(\mu, t) f_2(\mu)]$$

- Fissare i parametri liberi in modo da verificare l'equazione del moto per  $r = r_*$ .

# Rappresentazione Integrale

- Trovare le autofunzioni del d'Alembertiano: ( $\square = -\partial_t^2 - 3H\partial_t$ )

$$\ddot{G}_i + 3H\dot{G}_i + \mu^2 G_i = 0 \quad \mu \in \mathbb{C}, \quad i = 1, 2 \quad (22)$$

- Scrivere le nostre funzioni su tale base:

$$\Phi(0, t) = \int d\mu [C_1 G_1(\mu, t) f_1(\mu) + C_2 G_2(\mu, t) f_2(\mu)]$$

$$\Phi(r, t) = \int d\mu e^{r\mu^2/\alpha} [C_1 G_1(\mu, t) f_1(\mu) + C_2 G_2(\mu, t) f_2(\mu)]$$

- Fissare i parametri liberi in modo da verificare l'equazione del moto per  $r = r_*$ .

# Rappresentazione Integrale

- Trovare le autofunzioni del d'Alembertiano: ( $\square = -\partial_t^2 - 3H\partial_t$ )

$$\ddot{G}_i + 3H\dot{G}_i + \mu^2 G_i = 0 \quad \mu \in \mathbb{C}, \quad i = 1, 2 \quad (22)$$

- Scrivere le nostre funzioni su tale base:

$$\Phi(0, t) = \int d\mu [C_1 G_1(\mu, t) f_1(\mu) + C_2 G_2(\mu, t) f_2(\mu)]$$

$$\Phi(r, t) = \int d\mu e^{r\mu^2/\alpha} [C_1 G_1(\mu, t) f_1(\mu) + C_2 G_2(\mu, t) f_2(\mu)]$$

- Fissare i parametri liberi in modo da verificare l'equazione del moto per  $r = r_*$ .

# Rappresentazione Integrale

- Trovare le autofunzioni del d'Alembertiano: ( $\square = -\partial_t^2 - 3H\partial_t$ )

$$\ddot{G}_i + 3H\dot{G}_i + \mu^2 G_i = 0 \quad \mu \in \mathbb{C}, \quad i = 1, 2 \quad (22)$$

- Scrivere le nostre funzioni su tale base:

$$\Phi(0, t) = \int d\mu [C_1 G_1(\mu, t) f_1(\mu) + C_2 G_2(\mu, t) f_2(\mu)]$$

$$\Phi(r, t) = \int d\mu e^{r\mu^2/\alpha} [C_1 G_1(\mu, t) f_1(\mu) + C_2 G_2(\mu, t) f_2(\mu)]$$

- Fissare i parametri liberi in modo da verificare l'equazione del moto per  $r = r_*$ .

# Universo in Accelerazione

Scegliendo  $H = H_0/t$  si ottiene

$$G_1(\mu, t) = t^\nu J_\nu(\mu t) \quad G_2(\mu, t) = t^\nu N_\nu(\mu t) \quad (23)$$

Il campo non locale viene scritto come

$$\Phi(r, t) = C_1 \Phi_1(r, t) + C_2 \Phi_2(r, t) \quad (24)$$

$$\Phi_1 \propto \Psi_1 \left( \nu - \frac{\theta}{4}; \nu + 1; \frac{\alpha t^2}{4r} \right) \quad (25)$$

$$\Phi_2 \propto \Psi_2 \left( -\frac{\theta}{4}; 1 - \nu; \frac{\alpha t^2}{4r} \right) \quad (26)$$

# Universo in Accelerazione

Scegliendo  $H = H_0/t$  si ottiene

$$G_1(\mu, t) = t^\nu J_\nu(\mu t) \quad G_2(\mu, t) = t^\nu N_\nu(\mu t) \quad (23)$$

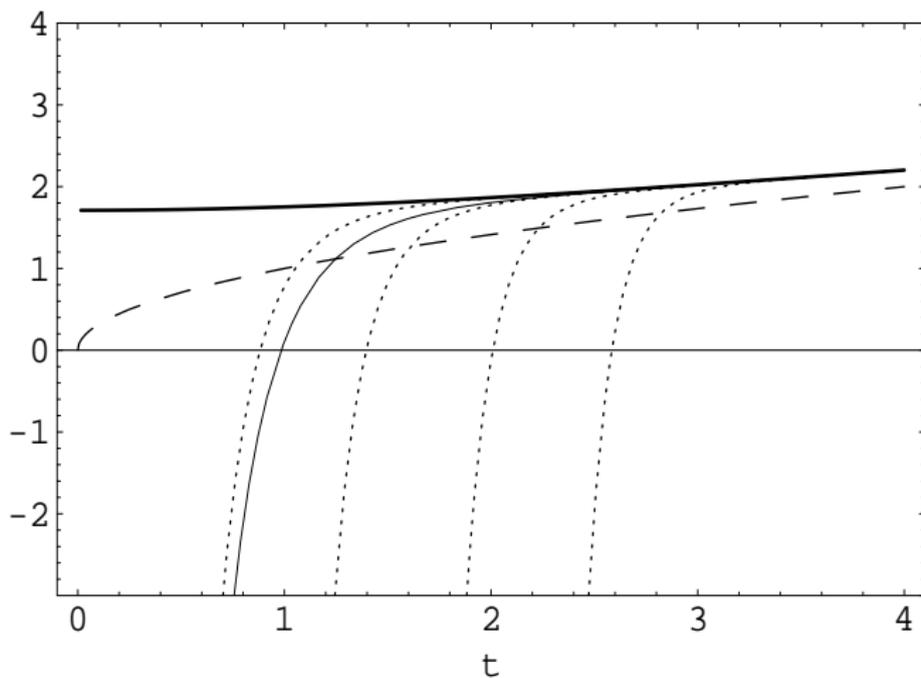
Il campo non locale viene scritto come

$$\Phi(r, t) = C_1 \Phi_1(r, t) + C_2 \Phi_2(r, t) \quad (24)$$

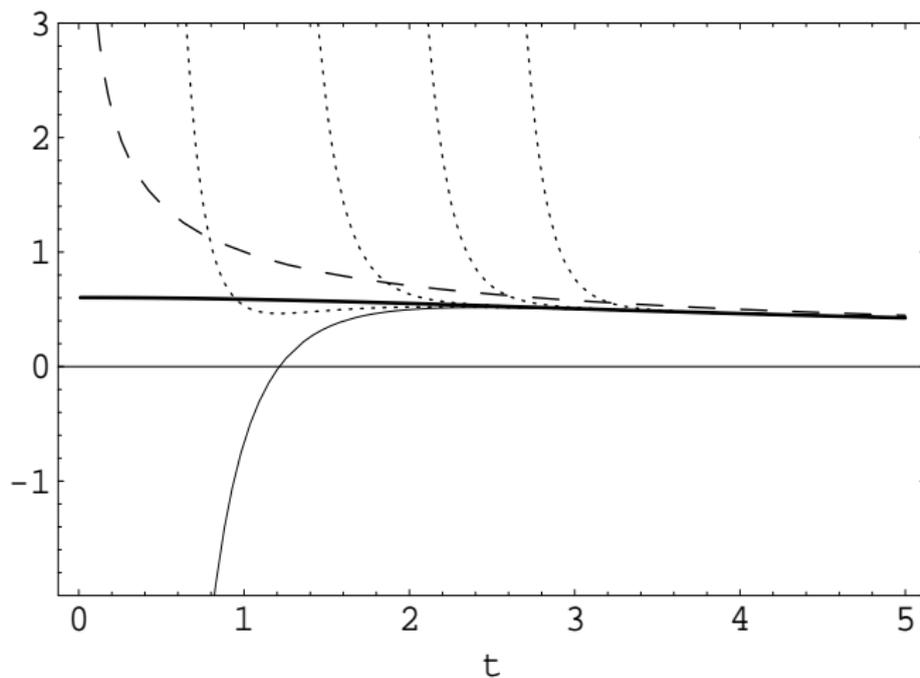
$$\Phi_1 \propto \Psi_1 \left( \nu - \frac{\theta}{4}; \nu + 1; \frac{\alpha t^2}{4r} \right) \quad (25)$$

$$\Phi_2 \propto \Psi_2 \left( -\frac{\theta}{4}; 1 - \nu; \frac{\alpha t^2}{4r} \right) \quad (26)$$

# Confronto con il Conto per Serie (RS)



# Confronto con il Conto per Serie (GB)



# Sommario

- 1 Teorie di Campo Non Locali
- 2 Localizzazione
- 3 Applicazioni Cosmologiche
  - Soluzioni Non Locali: Costruzione per Serie
  - Soluzioni Non Locali: Metodo Integrale
- 4 Conclusioni e Problemi Aperti

# Conclusioni e Problemi Aperti

- Il metodo integrale permette di cercare soluzioni non locali anche in casi in cui il metodo per serie fallisce.
- Riformulazione coerente del problema di Cauchy.
- Costruzione di un formalismo Hamiltoniano.
- Costruzione di modelli cosmologici realistici e completi (stringa  $p$ -adica).

# Conclusioni e Problemi Aperti

- Il metodo integrale permette di cercare soluzioni non locali anche in casi in cui il metodo per serie fallisce.
- Riformulazione coerente del problema di Cauchy.
- Costruzione di un formalismo Hamiltoniano.
- Costruzione di modelli cosmologici realistici e completi (stringa  $p$ -adica).

# Conclusioni e Problemi Aperti

- Il metodo integrale permette di cercare soluzioni non locali anche in casi in cui il metodo per serie fallisce.
- Riformulazione coerente del problema di Cauchy.
- Costruzione di un formalismo Hamiltoniano.
- Costruzione di modelli cosmologici realistici e completi (stringa  $p$ -adica).

# Conclusioni e Problemi Aperti

- Il metodo integrale permette di cercare soluzioni non locali anche in casi in cui il metodo per serie fallisce.
- Riformulazione coerente del problema di Cauchy.
- Costruzione di un formalismo Hamiltoniano.
- Costruzione di modelli cosmologici realistici e completi (stringa  $p$ -adica).

# Riferimenti

Il lavoro presentato è stato svolto in collaborazione con:

- Prof. Giuseppe Nardelli (Università Cattolica di Brescia)
- Dott. Gianluca Calcagni (Penn State University)

ed è contenuto nei seguenti articoli:

- A Route to Nonlocal Cosmology: Phys.Rev.D76:126001,2007
- Localization of Nonlocal Theories: Phys.Lett.B662:285-289,2008

# Generalizzazione del Termine Cinetico

L'equazione del moto può essere riscritta come

$$(\square - m^2)e^{-2r_*\square}\tilde{\phi}(x) = U'(\tilde{\phi}) \quad (27)$$

Quindi si può ragionare equivalentemente sull'azione

$$S_{\tilde{\phi}} = \int d^D x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} \tilde{\phi}(x) (\square - m^2) e^{-2r_*\square} \tilde{\phi}(x) - U(\tilde{\phi}) \right) \quad (28)$$

Il potenziale  $U(\tilde{\phi})$  è ora un polinomio **locale**.

Tutta la non località è ora contenuta nel termine cinetico.

# Generalizzazione del Termine Cinetico

L'equazione del moto può essere riscritta come

$$(\square - m^2)e^{-2r_*\square}\tilde{\phi}(x) = U'(\tilde{\phi}) \quad (27)$$

Quindi si può ragionare equivalentemente sull'azione

$$S_{\tilde{\phi}} = \int d^D x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} \tilde{\phi}(x) (\square - m^2) e^{-2r_*\square} \tilde{\phi}(x) - U(\tilde{\phi}) \right) \quad (28)$$

Il potenziale  $U(\tilde{\phi})$  è ora un polinomio **locale**.

Tutta la non località è ora contenuta nel termine cinetico.

# Generalizzazione del Termine Cinetico

L'equazione del moto può essere riscritta come

$$(\square - m^2)e^{-2r_*\square}\tilde{\phi}(x) = U'(\tilde{\phi}) \quad (27)$$

Quindi si può ragionare equivalentemente sull'azione

$$S_{\tilde{\phi}} = \int d^D x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2}\tilde{\phi}(x)(\square - m^2)e^{-2r_*\square}\tilde{\phi}(x) - U(\tilde{\phi}) \right) \quad (28)$$

Il potenziale  $U(\tilde{\phi})$  è ora un polinomio **locale**.

Tutta la non località è ora contenuta nel termine cinetico.

# Generalizzazione del Termine Cinetico

L'equazione del moto può essere riscritta come

$$(\square - m^2)e^{-2r_*\square}\tilde{\phi}(x) = U'(\tilde{\phi}) \quad (27)$$

Quindi si può ragionare equivalentemente sull'azione

$$S_{\tilde{\phi}} = \int d^D x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2} \tilde{\phi}(x) (\square - m^2) e^{-2r_*\square} \tilde{\phi}(x) - U(\tilde{\phi}) \right) \quad (28)$$

Il potenziale  $U(\tilde{\phi})$  è ora un polinomio **locale**.

Tutta la non località è ora contenuta nel termine cinetico.

# Azione Localizzata

L'azione localizzata in  $D + 1$  dimensioni è definita come

$$S_{\Phi} = \int d^D x \sqrt{-g} \int dr (\mathcal{L}_{\Phi} + \mathcal{L}_{\chi}) \quad (29)$$

$$\mathcal{L}_{\Phi} = \frac{1}{2} \Phi(r, x) (\square - m^2) \Phi(r(1 - 2\alpha), x) - V(\Phi(r, x)) \quad (30)$$

$$\mathcal{L}_{\chi} = \int_0^r ds \chi(r', x) (\alpha \partial_{r''} - \square + \beta) \Phi(r'', x) \quad (31)$$

$$r' = r - 2\alpha s \quad r'' = r(1 - 2\alpha) + 2\alpha s \quad (32)$$

# Azione Localizzata

L'azione localizzata in  $D + 1$  dimensioni è definita come

$$S_{\Phi} = \int d^D x \sqrt{-g} \int dr (\mathcal{L}_{\Phi} + \mathcal{L}_{\chi}) \quad (29)$$

$$\mathcal{L}_{\Phi} = \frac{1}{2} \Phi(r, x) (\square - m^2) \Phi(r(1 - 2\alpha), x) - V(\Phi(r, x)) \quad (30)$$

$$\mathcal{L}_{\chi} = \int_0^r ds \chi(r', x) (\alpha \partial_{r''} - \square + \beta) \Phi(r'', x) \quad (31)$$

$$r' = r - 2\alpha s \quad r'' = r(1 - 2\alpha) + 2\alpha s \quad (32)$$

## Azione Localizzata

L'azione localizzata in  $D + 1$  dimensioni è definita come

$$S_\Phi = \int d^D x \sqrt{-g} \int dr (\mathcal{L}_\Phi + \mathcal{L}_\chi) \quad (29)$$

$$\mathcal{L}_\Phi = \frac{1}{2} \Phi(r, x) (\square - m^2) \Phi(r(1 - 2\alpha), x) - V(\Phi(r, x)) \quad (30)$$

$$\mathcal{L}_\chi = \int_0^r ds \chi(r', x) (\alpha \partial_{r''} - \square + \beta) \Phi(r'', x) \quad (31)$$

$$r' = r - 2\alpha s \quad r'' = r(1 - 2\alpha) + 2\alpha s \quad (32)$$

# Azione Localizzata

L'azione localizzata in  $D + 1$  dimensioni è definita come

$$S_\Phi = \int d^D x \sqrt{-g} \int dr (\mathcal{L}_\Phi + \mathcal{L}_\chi) \quad (29)$$

$$\mathcal{L}_\Phi = \frac{1}{2} \Phi(r, x) (\square - m^2) \Phi(r(1 - 2\alpha), x) - V(\Phi(r, x)) \quad (30)$$

$$\mathcal{L}_\chi = \int_0^r ds \chi(r', x) (\alpha \partial_{r''} - \square + \beta) \Phi(r'', x) \quad (31)$$

$$r' = r - 2\alpha s \quad r'' = r(1 - 2\alpha) + 2\alpha s \quad (32)$$

# Equivalenza con la Teoria Non Locale $S_{\tilde{\phi}}$

L'azione  $S_{\Phi}$  fornisce una descrizione fisica equivalente a  $S_{\tilde{\phi}}$ , ma localizzata.

$$\frac{\delta S_{\Phi}}{\delta \chi} = 0 \Rightarrow \square \Phi(r, x) = \alpha \partial_r \Phi(r, x) + \beta \Phi(r, x) \quad (33)$$

$$\frac{\delta S_{\Phi}}{\delta \Phi} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \square \Phi(r(1 - 2\alpha), x) = V'(\Phi(r, x)) \\ \chi(r, x) = (\square - m^2)\Phi(r, x) \end{cases} \quad (34)$$

$$T_{\mu\nu}^{(\Phi)} = e^{2\beta r} T_{\mu\nu}^{(\tilde{\phi})} \quad (35)$$

# Equivalenza con la Teoria Non Locale $S_{\tilde{\phi}}$

L'azione  $S_{\Phi}$  fornisce una descrizione fisica equivalente a  $S_{\tilde{\phi}}$ , ma localizzata.

$$\frac{\delta S_{\Phi}}{\delta \chi} = 0 \Rightarrow \square \Phi(r, x) = \alpha \partial_r \Phi(r, x) + \beta \Phi(r, x) \quad (33)$$

$$\frac{\delta S_{\Phi}}{\delta \Phi} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \square \Phi(r(1 - 2\alpha), x) = V'(\Phi(r, x)) \\ \chi(r, x) = (\square - m^2)\Phi(r, x) \end{cases} \quad (34)$$

$$T_{\mu\nu}^{(\Phi)} = e^{2\beta r} T_{\mu\nu}^{(\tilde{\phi})} \quad (35)$$

# Equivalenza con la Teoria Non Locale $S_{\tilde{\phi}}$

L'azione  $S_{\Phi}$  fornisce una descrizione fisica equivalente a  $S_{\tilde{\phi}}$ , ma localizzata.

$$\frac{\delta S_{\Phi}}{\delta \chi} = 0 \Rightarrow \square \Phi(r, x) = \alpha \partial_r \Phi(r, x) + \beta \Phi(r, x) \quad (33)$$

$$\frac{\delta S_{\Phi}}{\delta \Phi} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \square \Phi(r(1 - 2\alpha), x) = V'(\Phi(r, x)) \\ \chi(r, x) = (\square - m^2)\Phi(r, x) \end{cases} \quad (34)$$

$$T_{\mu\nu}^{(\Phi)} = e^{2\beta r} T_{\mu\nu}^{(\tilde{\phi})} \quad (35)$$

# Equivalenza con la Teoria Non Locale $S_{\tilde{\phi}}$

L'azione  $S_{\phi}$  fornisce una descrizione fisica equivalente a  $S_{\tilde{\phi}}$ , ma localizzata.

$$\frac{\delta S_{\phi}}{\delta \chi} = 0 \Rightarrow \square \Phi(r, x) = \alpha \partial_r \Phi(r, x) + \beta \Phi(r, x) \quad (33)$$

$$\frac{\delta S_{\phi}}{\delta \Phi} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \square \Phi(r(1 - 2\alpha), x) = V'(\Phi(r, x)) \\ \chi(r, x) = (\square - m^2)\Phi(r, x) \end{cases} \quad (34)$$

$$T_{\mu\nu}^{(\phi)} = e^{2\beta r} T_{\mu\nu}^{(\tilde{\phi})} \quad (35)$$

# Equivalenza con la Teoria Non Locale $S_{\tilde{\phi}}$

L'azione  $S_{\Phi}$  fornisce una descrizione fisica equivalente a  $S_{\tilde{\phi}}$ , ma localizzata.

$$\frac{\delta S_{\Phi}}{\delta \chi} = 0 \Rightarrow \square \Phi(r, x) = \alpha \partial_r \Phi(r, x) + \beta \Phi(r, x) \quad (33)$$

$$\frac{\delta S_{\Phi}}{\delta \Phi} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \square \Phi(r(1 - 2\alpha), x) = V'(\Phi(r, x)) \\ \chi(r, x) = (\square - m^2)\Phi(r, x) \end{cases} \quad (34)$$

$$T_{\mu\nu}^{(\Phi)} = e^{2\beta r} T_{\mu\nu}^{(\tilde{\phi})} \quad (35)$$

# Equivalenza con la Teoria Non Locale $S_{\tilde{\phi}}$

L'azione  $S_{\Phi}$  fornisce una descrizione fisica equivalente a  $S_{\tilde{\phi}}$ , ma localizzata.

$$\frac{\delta S_{\Phi}}{\delta \chi} = 0 \Rightarrow \square \Phi(r, x) = \alpha \partial_r \Phi(r, x) + \beta \Phi(r, x) \quad (33)$$

$$\frac{\delta S_{\Phi}}{\delta \Phi} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \square \Phi(r(1 - 2\alpha), x) = V'(\Phi(r, x)) \\ \chi(r, x) = (\square - m^2)\Phi(r, x) \end{cases} \quad (34)$$

$$T_{\mu\nu}^{(\Phi)} = e^{2\beta r} T_{\mu\nu}^{(\tilde{\phi})} \quad (35)$$

# Problema di Cauchy

Il problema di Cauchy è mal posto nelle teorie non locali.

Infinite derivate  $\Rightarrow$  Infinite condizioni iniziali.

Diventa ben definito per la teoria localizzata.

Quattro gradi di libertà  $(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}, \Phi^{(3)})$ .

# Problema di Cauchy

Il problema di Cauchy è mal posto nelle teorie non locali.

Infinite derivate  $\Rightarrow$  Infinite condizioni iniziali.

Diventa ben definito per la teoria localizzata.

Quattro gradi di libertà  $(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}, \Phi^{(3)})$ .

# Problema di Cauchy

Il problema di Cauchy è mal posto nelle teorie non locali.

Infinite derivate  $\Rightarrow$  Infinite condizioni iniziali.

Diventa ben definito per la teoria localizzata.

Quattro gradi di libertà  $(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}, \Phi^{(3)})$ .

# Problema di Cauchy

Il problema di Cauchy è mal posto nelle teorie non locali.

Infinite derivate  $\Rightarrow$  Infinite condizioni iniziali.

Diventa ben definito per la teoria localizzata.

Quattro gradi di libertà  $(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}, \Phi^{(3)})$ .

# Formalismo Hamiltoniano

Lo spazio delle fasi della teoria localizzata è finito dimensionale.

$$H = \int d^{D-1}x \int dr \left[ \pi_\phi(r, x) \dot{\phi}(r, x) + \pi_\chi(r, x) \dot{\chi}(r, x) - \sqrt{\hbar} (\mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_\chi) \right] \quad (36)$$

Le equazioni di Hamilton sono consistenti con la visione Lagrangiana.

Possibilità di quantizzare canonicamente il sistema localizzato.

# Formalismo Hamiltoniano

Lo spazio delle fasi della teoria localizzata è finito dimensionale.

$$H = \int d^{D-1}x \int dr \left[ \pi_\Phi(r, x) \dot{\Phi}(r, x) + \pi_\chi(r, x) \dot{\chi}(r, x) - \sqrt{\hbar} (\mathcal{L}_\Phi + \mathcal{L}_\chi) \right] \quad (36)$$

Le equazioni di Hamilton sono consistenti con la visione Lagrangiana.

Possibilità di quantizzare canonicamente il sistema localizzato.

# Formalismo Hamiltoniano

Lo spazio delle fasi della teoria localizzata è finito dimensionale.

$$H = \int d^{D-1}x \int dr \left[ \pi_\Phi(r, x) \dot{\Phi}(r, x) + \pi_\chi(r, x) \dot{\chi}(r, x) - \sqrt{\hbar} (\mathcal{L}_\Phi + \mathcal{L}_\chi) \right] \quad (36)$$

Le equazioni di Hamilton sono consistenti con la visione Lagrangiana.

Possibilità di quantizzare canonicamente il sistema localizzato.

# Formalismo Hamiltoniano

Lo spazio delle fasi della teoria localizzata è finito dimensionale.

$$H = \int d^{D-1}x \int dr \left[ \pi_\Phi(r, x) \dot{\Phi}(r, x) + \pi_\chi(r, x) \dot{\chi}(r, x) - \sqrt{\hbar} (\mathcal{L}_\Phi + \mathcal{L}_\chi) \right] \quad (36)$$

Le equazioni di Hamilton sono consistenti con la visione Lagrangiana.

Possibilità di quantizzare canonicamente il sistema localizzato.

## Soluzioni Locali Esatte: Universo in Accelerazione

In un Universo in accelerazione si ha:

$$H = \frac{H_0}{t} \quad H = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (37)$$

Nel caso ordinario 4D si ottiene:

$$\phi = \sqrt{\frac{2H_0}{\kappa^2}} \ln t, \quad U = \frac{(3H_0 - 1)H_0}{\kappa^2} \exp\left(-\sqrt{\frac{2}{H_0}} \kappa \phi\right) \quad (38)$$

Nel caso di braneworld invece si ha:

$$\phi = \frac{2}{\theta} \sqrt{\frac{2-\theta}{3\beta_\theta^2}} H_0^{(1-\theta)/2} t^{\theta/2}, \quad U = \sigma \phi^{2(1-2/\theta)} \quad (39)$$

## Soluzioni Locali Esatte: Universo in Accelerazione

In un Universo in accelerazione si ha:

$$H = \frac{H_0}{t} \quad H = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (37)$$

Nel caso ordinario 4D si ottiene:

$$\phi = \sqrt{\frac{2H_0}{\kappa^2}} \ln t, \quad U = \frac{(3H_0 - 1)H_0}{\kappa^2} \exp\left(-\sqrt{\frac{2}{H_0}} \kappa \phi\right) \quad (38)$$

Nel caso di braneworld invece si ha:

$$\phi = \frac{2}{\theta} \sqrt{\frac{2-\theta}{3\beta_\theta^2}} H_0^{(1-\theta)/2} t^{\theta/2}, \quad U = \sigma \phi^{2(1-2/\theta)} \quad (39)$$

## Soluzioni Locali Esatte: Universo in Accelerazione

In un Universo in accelerazione si ha:

$$H = \frac{H_0}{t} \quad H = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (37)$$

Nel caso ordinario 4D si ottiene:

$$\phi = \sqrt{\frac{2H_0}{\kappa^2}} \ln t, \quad U = \frac{(3H_0 - 1)H_0}{\kappa^2} \exp\left(-\sqrt{\frac{2}{H_0}} \kappa \phi\right) \quad (38)$$

Nel caso di braneworld invece si ha:

$$\phi = \frac{2}{\theta} \sqrt{\frac{2-\theta}{3\beta_\theta^2}} H_0^{(1-\theta)/2} t^{\theta/2}, \quad U = \sigma \phi^{2(1-2/\theta)} \quad (39)$$